Symmetrien im Kosmos und Mikrokosmos (Kurzfassung)

Richter, Egon

Veröffentlicht in:
Jahrbuch 1986 der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.11-16

Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

14.2.1986 in Braunschweig

Symmetrien im Kosmos und Mikrokosmos

(Kurzfassung)

Von **Egon Richter**

Symmetriebetrachtungen sind ein wesentlicher Bestandteil physikalischer Naturbeschreibung. Sie erweisen sich als ein Eckpfeiler beim Aufbau eines Ordnungsschemas im Mikrokosmos der Elementarteilchen.

Die experimentellen Resultate der Elementarteilchenphysik können mit Hilfe einfacher Modelle phänomenologisch geordnet werden. Es ergeben sich Familien von „elementaren" Teilchen, Multipletts genannt, deren Auftreten als Folge sogenannter innerer Symmetrien gedeutet werden kann. Die Charakterisierung der Multipletts geschieht analog zur Atomphysik durch Quantenzahlen (Isospin, Hyperladung, Baryonenzahl usw.). Die inneren Symmetrien sind nicht notwendig mit inneren Strukturen der Teilchen verknüpft. Man unterscheidet zwei Klassen punktförmiger, d.h. strukturloser Teilchen mit Spin einhalb und unterschiedlicher Masse, nämlich Leptonen und Quarks. Bislang gibt es keinen experimentellen Hinweis darauf, daß die Leptonen (Elektron, Elektron-Neutrino, Myon, Myon-Neutrino, Tau, Tau-Neutrino und ihre Antiteilchen) oder die Quarks (up, down, charm, strange, top oder truth, bottom oder beauty und ihre Antiteilchen) eine innere Struktur besitzen. Die Eigenschaften, in denen sich die Quarktypen unterscheiden, werden durch Zuordnung sogenannter Flavor-Quantenzahlen beschrieben. Im Unterschied zu den Leptonen trägt jedes Quark eine Farbladung, die drei unterschiedliche Werte annehmen können, meistens mit rot, grün und blau bezeichnet. Natürlich haben die willkürlich gewählten Bezeichnungen Flavor und Farbe nichts mit Schmecken oder Sehen zu tun.

Um einen Zugang zum Verständnis heutiger Elementarteilchentheorien zu gewinnen, ist es zweckmäßig, zunächst an die Formulierung von Naturgesetzen in der Punktmechanik zu erinnern.

Die Vorstellung, daß Symmetrien im Kosmos und für kosmische Objekte wesentliche Eigenschaften sind, findet sich bereits in der Astronomie des Altertums und des Mittelalters. Die moderne Himmelsmechanik beginnt allerdings erst mit der dynamischen Behandlung von Himmelserscheinungen durch Newton. Mathematisch besteht das Newtonsche Grundgesetz aus gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung, aus denen bei vorgegebenen Kräften die Menge der möglichen Bahnkurven der Körper zu berechnen ist – zumindest im Prinzip. Lagrange gab am Ende des achtzehnten Jahrhunderts eine Formulierung der Bewegungsgleichungen an, die zunächst nur für mechanische Probleme mit Nebenbedingungen besonders zweckmäßig zu sein schien. Die zentrale Größe dieser Lagrangemechanik ist die sogenannte Lagrangefunktion L, die für Potentialkräfte als Differenz von kinetischer und potentieller Energie gebildet wird. Später erkannte man, daß die Lagrangefunktion auch für Punktladungen in einem elektromagnetischen Feld angegeben werden kann (sogar im relativistischen Fall), wobei neben dem skalaren Potential Φ das Vektorpotential $\underline{A}$ in L eingeht. Damit konnte die Wechselwirkung zwischen einem elektrisch geladenen Teilchen und dem elektromagnetischen Feld in einer einzigen Funktion erfaßt werden, ohne die dynamischen Gleichungen bereits kennen zu müssen: eine für die Elementarteilchentheorie fundamentale Erkenntnis. Darüberhinaus läßt sich die Lagrangefunktion zur Herleitung dynamischer Gleichungen verwenden, nämlich mit Hilfe des Hamiltonschen Prinzips, das von dem Wirkungsintegral

$$W = \int_{t_a}^{t_b} L(q(t), \dot{q}(t), t)\, dt$$

ausgeht. Ein stationärer Wert dieses Integrals ergibt sich, wenn die erste Variation verschwindet. In diesem Fall erhält man die dynamischen Gleichungen als Euler-Lagrange-Gleichungen. In dem Wirkungsintegral bezeichnet $q := (q_1, \ldots, q_f)$ die Konfigurationskoordinaten des mechanischen Systems für f Freiheitsgrade und $\dot{q}$ die entsprechenden Geschwindigkeiten.

An Hand der als Differentialgleichungen formulierten dynamischen Gleichungen bzw. des Wirkungsintegrals läßt sich der Symmetriebegriff exakter fassen. Dazu führt man umkehrbar eindeutige Variablentransformationen $\tilde{t} = h(t)$, $\tilde{q}_i = g_i(q,t)$, $i = 1, \ldots, f$ ein. Wenn es derartige Transformationen gibt, unter denen das Wirkungsintegral bzw. die Bewegungsgleichungen forminvariant sind, heißen sie Symmetrietransformationen. Forminvariant ist eine Gleichung, die nach einer Transformation dieselbe Gestalt hat wie vorher. Vor mehr als hundert Jahren S. Lie Transformationen untersucht, die Differentialgleichungen forminvariant lassen. Er fand, daß derartige Variablentransformationen, die von einem oder mehreren kontinuierlichen Parametern abhängen, Transformationsgruppen bilden. Schließlich konnte E. Noether 1918 zeigen, daß kontinuierliche Symmetriegruppen des Wirkungsintegrals Erhaltungssätze zur Folge haben. Damit war der Weg aufgezeigt, wie sich Symmetrien und Erhaltungssätze in Verbindung bringen lassen.

Der bislang für klassische mechanische Systeme mit endlich vielen Freiheitsgraden skizzierte Formalismus läßt sich nicht nur für relativistische Probleme verallgemeinern, sondern auch auf Systeme mit unendlich vielen Freiheitsgraden, nämlich auf Felder übertragen. Bekanntlich hat der von Faraday und Maxwell vollzogene Aufbau der Elektrodynamik die in der Punktmechanik übliche Vorstellung von Fernkräften nicht übernommen. Der Zustand eines elektromagnetischen Systems wird vielmehr durch Feldgrößen beschrieben, die als Funktionen des Ortes $\underline{x}$ und des Zeitpunktes t aufgefaßt werden. Die damit eingeführte Lokalisierung ist ein außerordentlich erfolgreiches Prinzip für Feldtheorien, das auch auf Quantenfeldtheorien angewandt wird. Dem Nahwirkungsprinzip entsprechend kann der Zustand an einem Raumpunkt nur vom Zustand in unmittelbarer Nachbarschaft beeinflußt werden. In der mathematischen Formulierung sind die dynamischen Feldgleichungen deshalb partielle Differentialgleichungen. Bei der Übertragung des Lagrangeformalismus auf Feldtheorien wird die Lokalisierung durch Einführung einer Lagrangedichte $\mathfrak{L}(\underline{x},t)$ berücksichtigt, aus der durch räumliche Integration die zeitabhängige Lagrangefunktion entsteht. Eine anschließende Zeitintegration liefert das Wirkungsintegral, dessen verschwindende erste Variation zu Euler-Lagrange-Gleichungen führt, die nun als Feldgleichungen zu interpretieren sind. Im Fall der elektromagnetischen Theorie sind die Feldgleichungen (Maxwellsche Gleichungen) bereits bekannt. Deshalb läßt sich aus dem zugehörigen Lagrangeformalismus auf die Form der Lagrangedichte des elektromagnetischen Feldes schließen, allerdings nicht eindeutig. Diese Lagrangedichte kann man als eine Funktion der elektromagnetischen Potentiale und ihrer ersten Ableitungen wählen. Die Nichteindeutigkeit der elektromagnetischen Potentiale überträgt sich natürlich auf die Lagrangedichte. Es ist naheliegend, zu verlangen, daß eine Umeichung der Potentiale, die die Maxwellschen Gleichungen invariant läßt, auch die Langrangedichte invariant lassen sollte. Neben dieser Eichinvarianz sind noch andere Invarianzeigenschaften der Maxwellschen Gleichungen bekannt, z.B. die Forminvarianz unter Lorentztransformationen. Generell unterscheidet man zwei Klassen von Symmetrietransformationen. Wenn eine Lagrangedichte über Feldgrößen von den Raum-Zeit-Koordinaten abhängt, wie z.B. im elektromagnetischen Fall über die Potentiale Φ und $\underline{A}$, so ist es sinnvoll, nach Raum-Zeit-Transformationen zu fragen, die das Wirkungsintegral invariant lassen. Für das elektromagnetische Feld erfüllen dies die Lorentztransformationen, die eine Gruppe bilden. Solche Raum-Zeit-Symmetrien werden als geometrische Symmetrien bezeichnet. Wenn eine Lagrangedichte nur über Feldgrößen von Ort und Zeit abhängt, nicht aber explizit (z.B. nicht über äußere Ströme), ergibt sich für jede einparametrige geometrische Symmetriegruppe ein lokaler Erhaltungssatz. Für das quellenfreie elektromagnetische Feld bestätigt man auf diese Weise die Energie- und Impulserhaltung. Neben den geometrischen Symmetrien kann es Transformationen geben, die ohne Änderung der Raum-Zeit-Koordinaten eine Lagrangedichte invariant lassen, z.B. die oben erwähnten Eichtransformationen des elektromagnetischen Feldes. Man spricht dann von inneren Symmetrien. Auch diese Symmetrien haben wegen der Invarianz der Lagrangedichte lokale Erhaltungssätze zur Folge, lokale Stromerhaltung genannt.

Die Einbindung einer Feldtheorie in den Lagrangeformalismus ist nicht nur für klassische Felder möglich. Quantenmechanisch wird jedes freie Teilchen in der Ortsdarstellung durch eine eventuell vektorwertige Wellenfunktion $\Psi(\underline{x},t)$ beschrieben, die quadratintegrabel sein soll. Das Betragsquadrat dieser Wellenfunktion wird als Wahrscheinlichkeitsdichte des dem Teilchen zugeordneten Materiefeldes interpretiert. Als dynamische Gleichungen für Materiefelder sind beispielsweise im nichtrelativistischen Fall die Schrödingergleichung und als relativistische Gleichung die Diracgleichung bekannt. Diese Gleichungen können im Lagrangeformalismus mit Hilfe geeignet gewählter Lagrangedichten hergeleitet werden. Der Lagrangeformalismus ist auch hier vorteilhaft für die Diskussion von Symmetrien und Erhaltungssätzen der Materiefelder. Seine besondere Bedeutung für die Formulierung von Elementarteilchentheorien beruht auf der Möglichkeit, Lagrangedichten wechselwirkender Systeme additiv zusammenzusetzen aus Lagrangedichten freier Materiefelder und geeignet formulierter Wechselwirkungsterme. Bei geladenen Teilchen, die durch geladene Materiefelder beschrieben werden, gehen in die Wechselwirkungsterme die für die Ladung typischen Felder ein. Beispielsweise ist für einen Träger elektrischer Ladungen die Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld charakteristisch. Es existieren Theorien, in denen Materie- und Wechselwirkungsfeld zusammen betrachtet werden. Prototyp hierfür ist die Quantenelektrodynamik, in der das elektromagnetische Feld nicht als ein äußeres Feld für ein Elektron behandelt wird. Das dem Elektron zugeordnete geladene Materiefeld und das elektromagnetische Feld bilden in der Quantenelektrodynamik ein gemeinsames System, dessen Feldgleichungen aus der Diracgleichung und den Maxwellschen Gleichungen bestehen. H.Weyl zeigte 1928, daß sich für dieses Gesamtsystem eine Eichtransformation angeben läßt, unter der die Diracgleichung und die Maxwellschen Gleichungen invariant sind. Bei dieser Transformation wird die Wellenfunktion lediglich mit dem Phasenfaktor $\exp(ie\,F(\underline{x},t))$ multipliziert, in dem die Elementarladung e und eine beliebige differenzierbare reellwertige Funktion $F(\underline{x},t)$ auftreten. Diese lokalen Transformationen der Wellenfunktion bilden die Eichgruppe U(1), d.h. die unitäre Gruppe in einer Dimension. Es war die Idee von C.N.Yang und R.L.Mills, die Eichstruktur der Quantenelektrodynamik als Vorbild zur Formulierung allgemeinerer Quantenfeldtheorien für geladene Elementarteilchen zu benutzen, wobei „Ladung" nicht notwendig elektrische Ladung bedeutet. Solche Quantenfeldtheorien bezeichnet man als Eichtheorien der jeweils betrachteten Wechselwirkung.

Bisher sind vier fundamentale Wechselwirkungen bekannt: Gravitation sowie elektromagnetische, schwache und starke Wechselwirkung. Die schwache Wechselwirkung macht sich z.B. bemerkbar beim Betazerfall, an dem Quarks und Leptonen teilnehmen. Im Unterschied dazu sind an der starken Wechselwirkung keine Leptonen, sondern nur Quarks beteiligt. Die Gravitation nimmt offenbar eine Sonderstellung ein. Sie ist zu schwach, um die Wechselwirkung zwischen Elementarteilchen merklich zu beeinflussen. Für die nichtgravitativen fundamentalen Wechselwirkungen existieren Eichtheorien, in denen außer der elektrischen Ladung noch andere Ladungen (schwache Hyperladung, schwache Isospinladung, Farbladung) vorkommen, die nicht mit dem elektromagnetischen Potentialfeld, sondern mit sogenannten Eichfeldern wechselwirken. Als Eichgruppen werden durch die verallgemeinerten Ladungen nicht-abelsche Liegruppen erzeugt, z.B. SU(2) oder SU(3), die speziellen unitären Gruppen in zwei oder drei Dimensionen. Die in solchen nicht-abelschen Eichtheorien auftretenden Eichfelder, auch Yang-Mills-Felder genannt, haben für Teilchen mit verallgemeinerten Ladungen dieselbe Bedeutung wie die elektromagnetischen Potentialfelder für Teilchen mit elektrischer Ladung. Teilchen, die an mehreren fundamentalen Wechselwirkungen teilnehmen, tragen verschiedene Ladungen. Zum Aufbau einer Yang-Mills-Feldtheorie konstruiert man zunächst eine Lagrangedichte, indem zur Lagrangedichte des freien geladenen Materiefeldes eine Lagrangedichte hinzuaddiert wird, die formal der für das elektromagnetische Feld gleicht. Aus der Forderung nach Eichinvarianz für die gesamte Lagrangedichte kann man Ausdrücke für die „Feldstärke" des Eichfeldes gewinnen. Die Variation des zugehörigen Wirkungsintegrals nach dem Eichfeld liefern Euler-Lagrange-Gleichungen als Feldgleichungen für die Eichfeldstärke, die auch verallgemeinerte Maxwellsche Gleichungen genannt werden. Diese sind im allgemeinen nichtlinear, so daß im Unterschied zum elektromagnetischen Feld eine Selbstwechselwirkung des Eichfeldes möglich ist. Wie das elektromagnetische Feld können auch (freie) Yang-Mills-Felder quantisiert werden, wobei anstelle der Photonen andere Feldquanten, sogenannte Eichbosonen (z.B. Vektorbosonen, d.h. Bosonen mit Spin eins), auftreten, die als Vermittler der entsprechenden Wechselwirkung zu deuten sind. Wegen der Selbstwechselwirkung nicht-abelscher Eichfelder können Eichbosonen selbst Ladungen tragen – im Unterschied zu den Photonen.

Ein wichtiges Beispiel einer Yang-Mills-Feldtheorie ist die Quantenchromodynamik, die eine weitgehend akzeptierte Beschreibung der starken Wechselwirkung zum Inhalt hat. Den an dieser Wechselwirkung teilnehmenden Quarks werden geladene Spinorfelder als Matriefelder zugeordnet, und die Lagrangedichte wird unter Einbeziehung der Wechselwirkung nach dem oben beschriebenen Schema so konstruiert, daß die SU(3) als Eichgruppe auftritt. Die Ladungen dieser Theorie sind die bereits erwähnten Farbladungen (kurz Farben genannt) der Quarks, und die Wechselwirkung zwischen den Quarks wird durch acht Eichfelder vermittelt. Als Eichbosonen ergeben sich acht verschiedene masselose Vektorbosonen, von denen zwei farblos sind und sechs selbst Farbladungen tragen, also untereinander wechselwirken können. Im Rahmen der Quantenchromodynamik lassen sich die bisher bekannten stark wechselwirkenden Elementarteilchen (Hadronen) als farblose gebundene Zustände von zwei Quarks (Mesonen) oder drei Quarks (Baryonen) beschreiben.

Die erfolgreiche Formulierung einer Eichtheorie für die starke Wechselwirkung läßt hoffen, auch für die schwache Wechselwirkung eine Eichtheorie konstruieren zu können. Leider stellt man fest, daß derartige Modelle zu Aussagen führen, die den experimentellen Ergebnissen zum Teil widersprechen. Überraschenderweise ist es jedoch möglich, eine hinsichtlich experimenteller Ergebnisse widerspruchsfreie Eichtheorie zu konstruieren, wenn die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung gemeinsam betrachtet werden. Dieser Idee von S.L. Glashow folgend haben A. Salam und S. Weinberg eine Eichtheorie der sogenannten elektroschwachen Wechselwirkung entwickelt, in der das direkte Produkt $SU(2) \otimes U(1)$ Eichgruppe ist. Als Eichbosonen treten neben dem Photon die sogenannten intermediären Vektorbosonen W^+, W^- und Z^0 auf, von denen W^+ eine positive und W^- eine negative elektrische Ladung trägt. Wegen der kurzen Reichweite der schwachen Wechselwirkung (weniger als 10^{-16} cm) sollten die intermediären Vektorbosonen massiv sein. Um dies zu erreichen, nimmt man eine spontane Symmetriebrechung an. Ein System mit spontaner Symmetriebrechung liegt vor, wenn zwar die Lagrangedichte unter einer Transformationsgruppe invariant ist, nicht aber der Zustand niedrigster Energie (Grundzustand) des Feldes. In diesem Fall muß der Grundzustand entartet sein, damit Transformationen von einem Grundzustand in einen anderen ohne Energieänderung möglich sind. Infolge eines von P.W. Higgs formulierten Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung können den drei Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung endliche Massen zugeordnet werden, während das Eichboson des elektromagnetischen Feldes, das Photon, masselos bleibt. Als Konsequenz der spontanten Brechung der lokalen Symmetrie muß allerdings die Existenz eines zusätzlichen neutralen Feldes, eines sogenannten Higgsfeldes, akzeptiert werden, dessen Quanten ebenfalls massiv sind. Dieses Higgsboson mit Spin Null und unbekannter Masse konnte bisher nicht experimentell nachgewiesen werden. Wegen der großen Masse der intermediären Vektorbosonen (etwa 80 bis 90 Protonenmassen, entsprechend dem Energieäquivalent von etwas weniger als 100 GeV) wird verständlich, daß die elektroschwache Wechselwirkung bei Energien unterhalb von 10^3 GeV in Form von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung vorkommt, während sie bei Energien oberhalb von 10^3 GeV als eine Wechselwirkung mit der vollen Symmetrie $SU(2) \otimes U(1)$ zutage treten sollte.

Die Bedeutung des Eichprinzips für Symmetriebetrachtungen in der Elementarteilchentheorie konnte hier nur angedeutet werden. Ein zusätzlicher ästhetischer Reiz der Eichfeldtheorien geht von ihrer geometrischen Interpretation im Formalismus der Faserbündel aus. Es sei nur erwähnt, daß jedes Yang-Mills-Feld als Zusammenhang in einem Hauptfaserbündel gedeutet werden kann. Erinnert man sich an die ebenfalls im Bündelformalismus beschreibbare allgemeine Relativitätstheorie, wird die Hoffnung verständlich, alle Naturkräfte einmal auf geometrischem Weg beschreiben zu können. Auf die etwas spekulativen Bemühungen, zunächst eine große Vereinheitlichung der nichtgravitativen fundamentalen Wechselwirkungen in einer Eichtheorie mit entsprechend umfangreicher Symmetriegruppe zu erreichen, kann hier nur hingewiesen werden. Möglicherweise leben wir in einer Welt, die im Urknall – also bei sehr hohen Energien – die Symmetrie der Eichgruppe $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ besaß, und aus der erst bei niedrigeren Energien durch spontane Symmetriebrechung die heute bekannten drei nichtgravitativen fundamentalen Wechselwirkungen hervorgingen. W. Heisenberg zitiert gegen Ende seines Buches „Der Teil und das Ganze" aus einem Gespräch: ‚Am Anfang war die Symmetrie', das ist sicher richtiger als die Demokritsche These ‚Am Anfang war das Teilchen'. Dieses Zitat bezieht sich bei Heisenberg nicht auf die heute bekannten Eichfeldtheorien, aber es entspricht ihrem Geist.